

Apostila 1.

ÍNDICE

- Hidrostática p. 1
- o Hidrostática: Princípio de Arquimedes

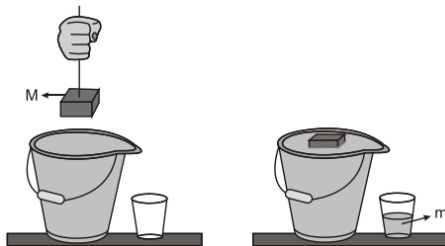
Conduite no índice do livro 1 por Teorema de Arquimedes.

TEOREMA DE ARQUIMEDES

O teorema de Arquimedes nos diz que:

Todo corpo sólido, quando mergulhado total ou parcialmente em um líquido (podendo ser líquido ou gás), recebe uma força vertical e para cima cuja intensidade é igual ao peso do líquido deslocado.

Seja um recipiente completamente cheio de um líquido de densidade d_l , coloca-se um bloco conforme a figura abaixo:



Bloco flutua na água: peso do líquido deslocado igual ao peso do corpo flutuante

Uma massa m de líquido será extravasada (este é o que chamamos de líquido deslocado). Sobre o bloco de massa M surgirá uma força vertical para cima que chamamos de empuxo e esta força é igual, em módulo, ao peso do bloco que flutua (para que fique em equilíbrio):

$$E = M \cdot g$$

É observado que a massa do líquido extravasado é igual à massa do bloco flutuante, quando o equilíbrio é atingido. Podemos supor que não há empuxo se não houver gravidade, logo a relação entre as massas deve depender da gravidade, logo podemos dizer que *O peso do líquido extravasado é igual ao peso do líquido deslocado*

Isto é:

$$m \cdot g = M \cdot g$$

Assim podemos concluir que o empuxo é igual ao peso do líquido deslocado:

$$E = m \cdot g$$

Sendo o volume submerso do bloco igual à V_{sub} e a densidade do líquido igual à d podemos chegar numa nova equação para o empuxo:

$$d = \frac{m}{V_{sub}} \Rightarrow m = d \cdot V_{sub}$$

Substituindo a equação da densidade na equação anterior, temos:

$$E = d \cdot V_{sub} \cdot g$$

DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE ARQUIMEDES

Suponha que a profundidade da região submersa do bloco da figura 1 seja h , a área da base do bloco é A , a densidade do líquido é d e a gravidade local é g .

Pelo teorema de Stevin, a pressão no fundo do bloco é:

$$p_{base} = p_{atm} + dgh$$

Na parte superior a pressão é

$$p_{sup} = p_{atm}$$

Com isso a força total que o líquido exerce sobre o bloco, isto é, o empuxo, é dado por:

$$E = p_{inf} \cdot A - p_{sup} \cdot A \Rightarrow E = dgh \cdot A$$

TEOREMA DE ARQUIMEDES – SEGUNDO ANO – 06/03/2023

Observe que $h \cdot A = V_{sub}$, ou seja:

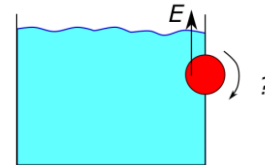
$$E = d \cdot V_{sub} \cdot g$$

EMPUXO NÃO ARQUIMEDIANO

Seria o empuxo sempre para cima?

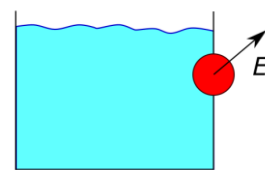
Seja um objeto preso na borda de um aquário. Imagine um cilindro fixo através de um eixo através do qual o cilindro pode girar fixo em um corte na borda de um aquário.

Se o empuxo for para cima, o corpo não deveria girar para todo o sempre, produzindo um *moto-contínuo*



Mas não é isso que acontece...

O empuxo está na direção do centro do cilindro.



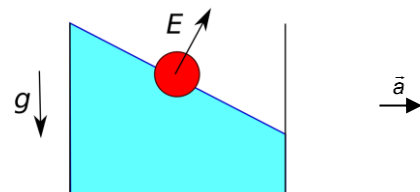
Portanto não há rotação.

Um empuxo que não age contra a direção da gravidade é dito Empuxo não Arquimediano.

Lembre-se: o empuxo é devido à diferença de pressão em um corpo devido à presença de um fluido! Ou seja, Stevin é quem manda aqui.

EMPUXO EM REFERENCIAL NÃO INERCIAL

- Se agora tivemos uma caixa d'água em um veículo com aceleração \vec{a} para a direita, para onde será o empuxo?

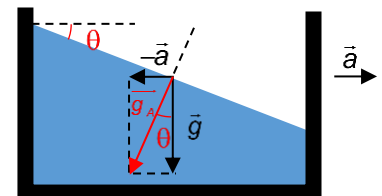


- Primeiramente pensamos que o empuxo está na direção oposta à gravidade
- Einstein propôs que uma aceleração tem efeito como um campo gravitacional
- No entanto uma aceleração para cima atua como uma gravidade para baixo
- Uma aceleração para cima atua como uma gravidade para baixo, como vocês talvez já viram em problemas do elevador

$$\text{tg}(\theta) = \frac{a}{g}$$

e

$$g_A = \sqrt{a^2 + g^2}$$



- Assim podemos dizer que se há uma aceleração para a direita ela se comporta como se houvesse uma gravidade para a esquerda
- Assim podemos dizer que atua no líquido uma gravidade aparente total g_{total}
- Temos da geometria do problema:

$$\text{tg}\theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \theta = \text{arctg}\left(\frac{a}{g}\right)$$

MC PROFESSOR DANILO

EXERCÍCIOS

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS QUESTÕES:

Se necessário, use

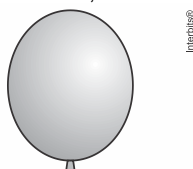
aceleração da gravidade na Terra: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Aceleração da gravidade próximo à superfície da Lua:

$g = 1,6 \text{ m/s}^2$

Densidade da água: $d = 1,0 \text{ kg/L}$

1. (Epcar (Afa) 2016) Um balão, cheio de um certo gás, que tem volume de $2,0 \text{ m}^3$, é mantido em repouso a uma determinada altura de uma superfície horizontal, conforme a figura abaixo.



Sabendo-se que a massa total do balão (incluindo o gás) é de $1,6 \text{ kg}$, considerando o ar como uma camada uniforme de

densidade igual a $1,3 \text{ kg/m}^3$, pode-se afirmar que ao liberar o balão, ele

- a) ficará em repouso na posição onde está.
- b) subirá com uma aceleração de $6,25 \text{ m/s}^2$
- c) subirá com velocidade constante.
- d) descerá com aceleração de $6,25 \text{ m/s}^2$

2. (Pucrj 2015) Uma bola de isopor de volume 100 cm^3 se encontra totalmente submersa em uma caixa d'água, presa ao fundo por um fio ideal.

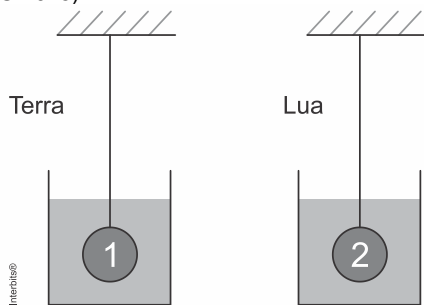
Qual é a força de tensão no fio, em newtons?

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$

$\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{\text{isopor}} = 20 \text{ kg/m}^3$

- a) 0,80 b) 800 c) 980 d) 1,02 e) 0,98

3. (Cefet MG 2015)

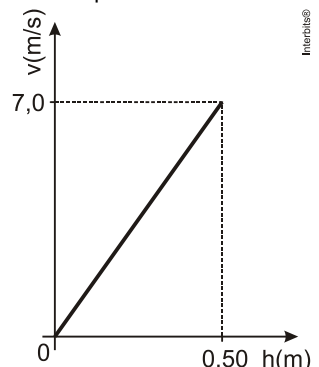


A figura mostra dois corpos 1 e 2 idênticos, em repouso, completamente imersos em recipientes com o mesmo líquido, próximos à superfície da Terra e da Lua, respectivamente. Se T_1 e T_2 são as tensões nos fios, P_1 e P_2 os pesos dos corpos e F_1 e F_2 as forças de empuxo que agem sobre esses corpos, então é correto afirmar que

- a) $T_1 > T_2$, $P_1 = P_2$, $F_1 < F_2$.
- b) $T_1 > T_2$, $P_1 > P_2$, $F_1 > F_2$.
- c) $T_1 < T_2$, $P_1 > P_2$, $F_1 < F_2$.
- d) $T_1 < T_2$, $P_1 = P_2$, $F_1 > F_2$.
- e) $T_1 < T_2$, $P_1 > P_2$, $F_1 > F_2$.

TEOREMA DE ARQUIMEDES – SEGUNDO ANO – 06/03/2023

4. (Acafe 2014) Buscando aumentar a resistência dos músculos de um paciente, um fisioterapeuta elaborou um exercício de hidroginástica com o auxílio de uma bola. O exercício consistia na atividade de baixar uma bola de raio r metros e massa $0,4 \text{ kg}$ até que sua base ficasse a uma profundidade de h metros da superfície da água. Após a realização o exercício algumas vezes, o fisioterapeuta observou que quando o paciente abandonava a bola daquela profundidade ela subia certa altura acima da superfície da água. Decidiu, então, com o auxílio do gráfico abaixo, que despreza a força de resistência da água e mostra o aumento da velocidade da bola enquanto está totalmente submersa, investigar o movimento da bola, e fez algumas suposições a respeito desse movimento.

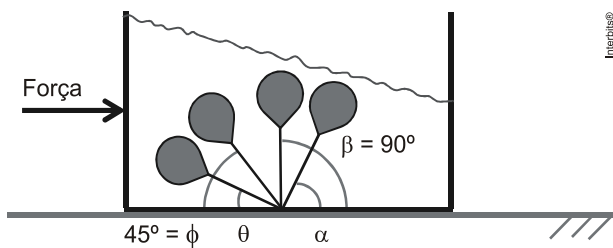


Desprezando a resistência do ar, considerando que a bola sobe em linha reta e utilizando o gráfico, verifique quais das suposições levantadas pelo fisioterapeuta estão corretas. (considere a posição zero na profundidade máxima)

- I. O módulo do empuxo é maior que o módulo do peso enquanto a bola estiver toda submersa.
- II. A medida que a bola sobe de 0 até 0,50m o empuxo sobre ela diminui até que se iguale numericamente ao peso.
- III. De acordo com o gráfico, após o abandono da bola na profundidade indicada, até imediatamente antes de tocar a superfície da água, a bola sofre um empuxo superior a 15 N .
- IV. O empuxo sobre a bola na profundidade de $0,66 \text{ m}$ é o dobro do empuxo sobre a bola na profundidade de $0,25 \text{ m}$.
- V. Quando a bola começa a sair da água, o empuxo que a água exerce sobre ela diminui até que se anula, quando ela está totalmente fora da água, porém, nesse intervalo de tempo sua velocidade aumenta para depois começar a diminuir.

Todas as afirmações **corretas** estão em:
 a) IV - V b) III - IV
 c) I - III - V d) II - III - IV

5. (Uece 2014) Uma boia completamente submersa em um tanque contendo água está presa ao fundo por uma linha inextensível e de massa desprezível. Esse tanque está sobre uma mesa horizontal e se desloca sem atrito sob a ação da força peso e de uma força constante também horizontal, conforme a figura a seguir.



A aceleração horizontal do tanque tem módulo ligeiramente menor do que o módulo da aceleração da gravidade. Assinale a opção que melhor representa o ângulo de inclinação da linha que prende a boia.

- a) β b) α c) θ d) \emptyset

MC PROFESSOR DANILO

TEOREMA DE ARQUIMEDES – SEGUNDO ANO – 06/03/2023

6. (Pucrj 2012) Um barco flutua de modo que metade do volume de seu casco está acima da linha da água. Quando um furo é feito no casco, entram no barco 500 kg de água até o barco afundar.

Calcule a massa do barco.

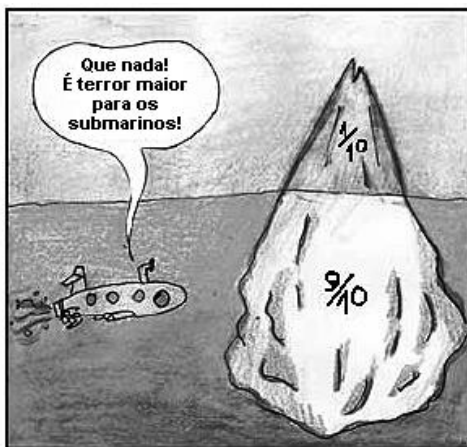
Dados: $d_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 1500 kg
- b) 250 kg
- c) 1000 kg
- d) 500 kg
- e) 750 kg

7. (Pucrj 2012) Uma esfera de massa $1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ está em equilíbrio, completamente submersa a uma grande profundidade dentro do mar. Um mecanismo interno faz com que a esfera se expanda rapidamente e aumente seu volume em 5,0 %. Considerando que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a densidade da água é $d_{\text{água}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcule:

- a) o empuxo de Arquimedes sobre a esfera, antes e depois da expansão da mesma;
- b) a aceleração da esfera logo após a expansão.

8. (Ueg 2009) Leia a tirinha a seguir e responda ao que se pede.



Disponível em: <<http://www.cbpf.br/~eduha/html/tirinhas/>>. Acesso em: 25 ago. 2008.

- a) Determine a razão entre as densidades da água do mar e do iceberg na tirinha.
- b) Supondo que repentinamente todo o sal do mar fosse retirado, o que aconteceria com o volume imerso do iceberg? Justifique sua resposta.

RESPOSTA

- 1. B
- 2. E
- 3. B
- 4. C
- 5. B

6. D

7. a) $E_1 = 1 \times 10^4 \text{ N}$

$E_2 = 1,05 \times 10^4 \text{ N}$

b) $a = 0,5 \text{ m/s}^2$

8. a) $\frac{d_{\text{água}}}{d_{\text{ice}}} = \frac{10}{9}$.

b) Se todo sal da água fosse retirado, a densidade da água ($d'_{\text{água}}$) iria diminuir e o volume imerso passaria a ser V'_i . O peso do iceberg continuaria o mesmo. Então:

$E' = P \Rightarrow d'_{\text{água}} V'_i g = d_{\text{ice}} V g \Rightarrow$

$V'_i = \frac{d_{\text{ice}}}{d'_{\text{água}}} V$. Se a densidade da água diminui, o volume

imerso aumenta.